



Türev Alma Kuralları

Toplam veya fark durumunda olan fonksiyonların türevleri aşağıdaki biçimde alınabilir.

- I. Üs kuvvet başa çarpan olarak düşürülür.
- II. Çarpan olarak düşürüldükten sonra üs kuvveti bir azaltılır.

$x^2 - 4x + 5$ fonksiyonun x e göre türevini alalım.

$$x^2 - 4x^1 + 5x^0$$

Üs kuvveti başa çarpım olarak indirdiğimiz için fonksiyonu x in kuvvetleri şeklinde yazmalıyız. $x^0 = 1$ ve sabit terimin çarpanı şeklinde etkisiz olarak yazılabilir.

2 başa çarpım olarak alınır ve üs 1 azaltılır : $2x^1$
 1 başa çarpım olarak alınır ve üs 1 azaltılır : $-4x^0$
 0 başa çarpım olarak gelir ve ifade 0 olur. Bundan dolayı sabit bir sayının türevi sıfırdır.

İfadenin x e göre türevi hepsi toplanırsa :

$2x - 4$ ifadesi elde edilir.



Türev Örnekleri

İfadelerin x e göre türevlerini alınız.

$$4x^2 + 5x^3 =$$

$$-1010x^2 + 5x^4 =$$

$$a^2 + 5x^{2020} =$$

$$-2x^{-4} =$$

$$\sqrt[6]{4x} =$$



Pratik Bilgiler

Kare köklü bir ifadenin türevini pratik bir yolla alabiliriz.

$$\sqrt{x} \text{ ifadesinin } x \text{ e göre türevi : } \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Kökün içerisindeki ifadenin türevi alınır paya yazılır, paydaya ifade aynen yazılır ve 2 ile çarpılır.



Bu yöntem sadece 2.ci dereceden kökler için yani karekökler için geçerlidir. Farklı dereceler için bu pratik yoldan doğru sonuca her zaman ulaşamaz. Normal türev alma kuralları uygulanır.



Pratik Bilgiler



Türevini aldığımız değişkene göre sabit sayı olan ifadelerin türevleri sıfırdır. Aklımızda sabitin türevi sıfır diye tutabiliriz. Pratik bilgidir ispatı normal türev alma kuralları ile kolaylıkla yapılabilir.

Türev kullanarak minimum maksimum değerler bulunabilir grafiklerden fonksiyonun artan ve azalan olduğu noktalar tespit edilebilir. Türev sayesinde grafikler çizilebilir. Türev anlık değişim oranını verdiğinden ötürü sadece matematiksel olarak göz önünde bulundurmamalı ekonomi, sanayi, teknoloji gibi alanlarda da sıkça karşımıza çıkabilir.

Türev alırken neye göre türev aldığımız da sonucun doğru çıkması için önemlidir. Bu konuda bize diferansiyel operatörü rehberlik edecektir.



Pratik Bilgiler

Bir fonksiyon **çarpım veya bölüm şeklindeyse çarpımın veya bölümün türevi kuralını uygulamamız gerekir.** Yapabileceğimiz 2 yöntem var. Çarpımın ve bölümün türevini bilmiyorsak ifade eğer dağıtılması kolaysa ifadeyi hızlıca dağıtıp fonksiyonu toplam veya fark şeklinde düzenlemektir.



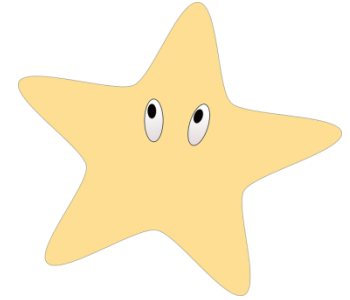
Çarpımın veya bölümün türev formülleri ve nereden geldiklerini ispatı bir dahaki videoda olacaktır. 2.Videomuzda onlara değineceğiz.



Pratik Bilgiler

$(x+1) \cdot (x+4)$ ifadesini dağıtabiliriz. Dağıtıttıktan sonra türevini alabiliriz. Aşağıdaki ifade 6.dereceden bir ifade olduğundan türevini almadan önce dağıtmak ve sadeleştirme aramak zaman kaybı olacaktır.

$$\frac{(x+2)^6}{(4x+2)}$$



Türev alma kurallarında her parantezin içine girilir ve içinin de türevi alınır!



Diferansiyel Türev Operatörü

Türev bir çok şekilde ifade edilebilir. Bu ifade tarzlarında diferansiyel türev operatörü görevi görmektedir. Bir fonksiyonun neye göre türevinin alınacağını ifade etmektedir. $F(x) = y$ eşitliği kullanırsak $f'(x)$ aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$$

Hangi ifadeye göre türevin alınacağını ifade eder.
(dx) çarpanı x'e göre türevi sembolize eder.

Paydaki ifade d f(x) neyin türevine eşit olacağını ifade eder. d f(x) f fonksiyonun türevini ifade eder. **X'e göre alındığını dx ifadesi belirtir.**



Türevin Gösterimleri

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) = f'(x)$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=a} = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=a} = f'(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right) = f'(x_0)$$

İfade	Neye Göre Türevi ?	Ne Anlama geliyor?
$f'(x) = mx + n$	X değişkenine göre	f fonksiyonunun 1.mertebeden türevi sorulmaktadır.
$f''(x) = mx + n$	X değişkenine göre	f fonksiyonunun 2.mertebeden türevi sorulmaktadır.
$f(x) = y = mx + n$ ise $y' = ?$	X değişkenine göre	Y fonksiyonunun 1.mertebeden türevi sorulmaktadır.
$f(x) = y = mx + n$ ise $y'(4) = ?$ $f'(4) = ?$	X değişkenine göre	Y ve F (x) eşit fonksiyonlardır. Bundan Dolayı istenen aynıdır ve 4 noktasındaki türev veya teğetin eğimi sorulmaktadır.
$\left. \frac{dy}{dx} \right _{x=a} = \left. \frac{df(x)}{dx} \right _{x=a}$	X değişkenine göre	y = f(x) fonksiyonunda a değişkenine göre türev alınır ve f'(a) bulunur.
$\left. \frac{dy}{da} \right _{a=b} = \left. \frac{df(a)}{da} \right _{a=b}$	f(a) ise fonksiyon a değişkenine göre	y = f(a) fonksiyonunda a değişkenine göre türev alınır ve f'(b) bulunur.
f(x) fonksiyonunda x = 4 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?	Fonksiyon x değişkenine göre olduğundan x değişkenine göre türev alınır.	Denklemin x değişkine göre türevi alınır ve x görülen yere 4 yazılarak o noktadaki türev yani f'(4) bulunur.

İfade	Neye Göre Türevi ?	Ne Anlama geliyor?
$\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right)$	x değişkenine göre	$f'(x_0)$ yani x_0 noktasındaki türevi veya teğetin eğimi sorulmaktadır.
$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$	x değişkenine göre	$f'(x)$ = Fonksiyonun 1.mertebeden türevi sorulmakta
$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \right)$	x değişkenine göre	$f'(4)$ yani 4 noktasındaki türevi veya teğetin eğimi sorulmaktadır.
$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(-5+h) - f(-5)}{h} \right)$	x değişkenine göre	$f'(-5)$ yani -5 noktasındaki türevi veya teğetin eğimi sorulmaktadır.
$\frac{d^2 y}{dx^2} \Big _{x=a} = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big _{x=a}$	x değişkenine göre	Operatörde kare görülmektedir 2.mertebeden türev sorulmaktadır. 2.Mertebeden türev fonksiyonun türevini 2 defa almak demektir. Önce birinci türev alınır sonra bulunan denklemde aynı değişken ile ikinci türev alınır ve işlem sonlanır. İfadede x değişkenine göre 2 kere türev alınıp Değişken yerine sonunda a yazılması söylenmektedir.
$\frac{d^2 y}{da^2} \Big _{a=b} = \frac{d^2 f(a)}{da^2} \Big _{a=b}$	a değişkenine göre	$y=f(x)$ fonksiyonun 2.mertebeden türevi alınıp değişken yerine b yazılması isteniyor. $f''(b) = y''(b)$
h(x) fonksiyonunda x = 2021 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?	Fonksiyon x değişkenine göre olduğundan x değişkenine göre türev alınır.	Denklemin x değişkine göre türevi alınır ve x görülen yere 2021 yazılarak o noktadaki türev yani $f'(2021)$ bulunur.



Örnek Soru

$$x^2 + 4x = g(x) \text{ ve } f(x) = 5x^5 + 4x + 2020$$

$$(f+g)'(-1)$$

Bilgi : Toplam ve çıkar durumunda olan parantez içerisindeki fonksiyonların türevleri olduğu gibi alınabilir.

Örneğin : $(f+g)'(1)$ 1 noktasında f ve g fonksiyonunda türev isteniyor. Bu $g'(1) + f'(1)$ şeklinde açılabilir.



$(f.g)'$ ifadesi gibi çarpım ve bölüm halinde parantez içinde olan fonksiyonlar için yukardaki işlem yapılamaz. Çarpım ve bölüm türevi kuralları uygulanır.

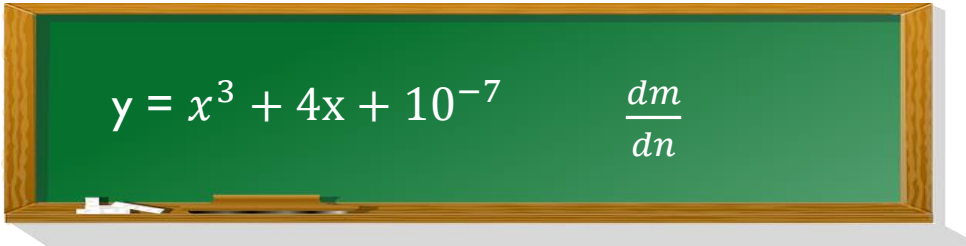


Örnek Soru

$$y = x^{2020201920182017201620152014} \quad \frac{dy}{da}$$



Örnek Soru



Öğretmenin tahtaya yazdığı ifadeyi tahtada çözen Ahmet sonucu $3x^2 + 4$ olarak bulmuştur. Buna m ve n sırasıyla hangisine kesinlikle eşittir?

- A) (y, x) B) $f(x), x$ C) (dy, dx)
- D) $(f'(x), x)$ E) $(f'(y), x)$



Örnek Soru

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \right) =$$

$$f(x) = a^2 + x^2 + x^3 + \sqrt{x}$$

A) $\frac{217}{4}$

B) 36

C) 0

D) 4a

E) $\frac{225}{4}$



Örnek Soru

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - 8}{x-2} - 4x \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - 8}{x-2} + 5x^2 \right)$$



Örnek Soru

$$y = 1 + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{100} \quad \frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}$$

y fonksiyonu real sayılarda tanımlı ve süreklidir.

- A) 5051 B) 5000 C) 4999
- D) 5050 E) 5049

Videoda şıklar yanlıştı ama çözümü doğru yapıldı, şıklar doğru olacak şekilde revize edildi. Dilerseniz soruların çözümünü youtube kanalından dinleyebilirsiniz.



Örnek Soru

$$f(x) = x^4 - 4x^3 - 16$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(-4 + h) - f(-4)}{h} \right) = ?$$

f fonksiyonu real sayılarda tanımlı ve süreklidir.

- A) 448 B) -336 C) 4
D) -448 E) 16



Örnek Soru

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \right) = ?$$

f fonksiyonu real sayılarda tanımlı ve süreklidir.

- A) -1 B) 1 C) 4
D) 8 E) 16



Örnek Soru

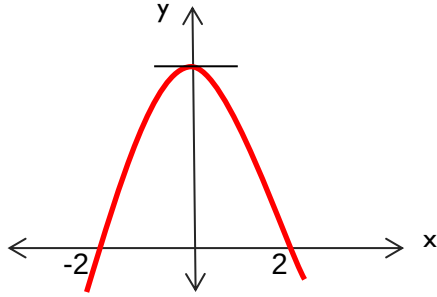
f fonksiyonu tanımlı olduğu aralıkta sürekli.

$f(x) = x^2 + 4x$ fonksiyonu $[-2, 2]$ aralığında tanımlıdır ve a pozitif tam sayıdır. Bu fonksiyona $x=a$ noktasından çizilen teğetin eğiminin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0
- D) 5 E) 14



Örnek Soru



F fonksiyonu gerçel sayılarda tanımlı ve süreklidir.
 $f(1) = 3$ eşitliği sağlandığına göre $x=1$
apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?

- A) 6 B) -4 C) -12
- D) 0 E) -2



Örnek Soru

f fonksiyonu real sayılarda tanımlı ve süreklidir.

$$f(x) = 1010x^2 + 4$$

$$f(1) = ?$$

A) 505

B) 1010

C) 2020

D) 2019

E) 4040



Örnek Soru

$$y = 1 + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{10}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} + \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=-1}$$

y fonksiyonu gerçekte sayılarda tanımlı ve süreklidir.

- A) 45 B) 48 C) 55
- D) 80 E) 110

YouTube Ahmet Çelen Ücretsiz Matematik Videoları

2020 - 2021 Müfredatına Uygun

Türev 3. Video Ders Notları



*Türev 3. Video Ders Notlarım - You**Tube** Ahmet Çelen*

