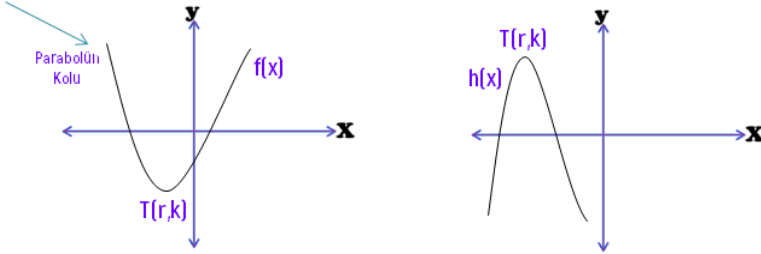




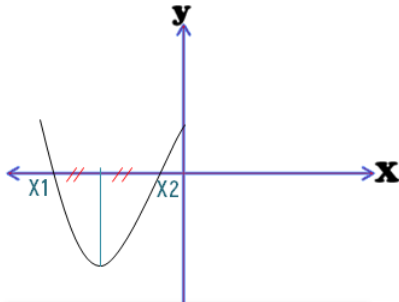
www.ahmetcelen.com.tr - Parabol Konu Anlatımı

Tepe Noktası : Fonksiyonların alabileceği en büyük ve en küçük değerler tepe noktalarıdır. Parabolde $T(r,k)$ ile gösterilmektedir. T = Tepe noktası, r = tepe noktasının apsisi, k = tepe noktası ordinatı



- $f(x)$ fonksiyonu kolları **yukarı** bir fonksiyondur.
- Kolları yukarı parabolde tepe noktası fonksiyonun en küçük değerini belirtir.
- $h(x)$ fonksiyonu kolları **aşağı** bir fonksiyondur.
- Kolları aşağı parabolde tepe noktası fonksiyonun en büyük alabileceği değeri belirtir.

Tepe noktası aynı zamanda simetri eksenidir. Tepe noktasının apsinden (r) indirilen bir doğru parabolü iki eş parçaya böler.



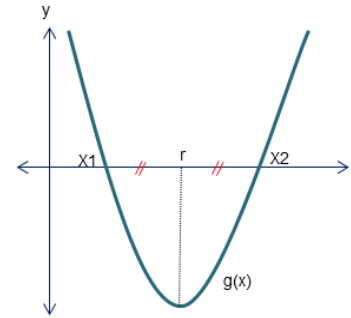
• Kökler Farkı = $|X1 - X2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

- Tepe Noktası Formülleri
- $r = -b/2a$
- $k = f(r)$
- Bulduğumuz r değerini fonksiyonda yerine yazarak k değerini bulabiliriz.

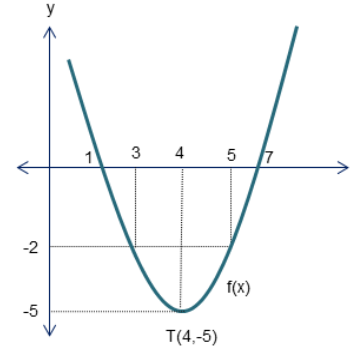
www.ahmetcelen.com.tr - Parabol Konu Anlatımı

PARABOL SİMETRİ EKSENİ = TEPE NOKTASININ APSİSİ

- $y = ax^2 + bx + c$ parabolünde $-b/2a$ tepe noktasının apsisi.



- G fonksiyonun kökleri $X1$ ve $X2$ dir.
- r tepe noktasının x = apsis değeridir.
- Tepe noktasından indirilen dikme tabanı iki eş parçaya böler.
- Tepe noktasının köklere olan uzaklıkları daima aynıdır çünkü ikisinin orta noktasıdır. Analitik geometriden hatırladığımız üzere orta nokta formülünü bir parabolde düşünürsek kökler toplamının yarısı şeklinde değerlendirebiliriz. Formüle zaten buradan türemektedir. $-b/a$ kökler toplamı, $-b/2a$ yani 2 ye bölmemiz tepe noktasının apsisini vermektedir.



- Tepe noktasının apsisine simetri eksenini denmesinin sebebi parabolü iki simetrik eş parçaya bölmektedir. Apsis değeri en küçük veya en büyük değeri belirler.
- F fonksiyonu üzerinden inceleyelim.
- $F(4) = -5$ olduğunu yani en küçük değeri aldığını görüyoruz tepe noktası kolları yukarı bir parabolde en küçük değeri ifade eder.

- Tepe noktasına eşit uzaklıkta olan apsis değerlerini bulalım.
- 3 ve 5 1 br uzaklıkta, 1 ve 7 ise 3 br uzaklıkta.
- Dolayısıyla $F(3) = F(5) = -2$
- Benzer şekilde $F(1) = F(7) = 0$
- 1 ve 7 kök olduğundan y değeri 0 olur.

- Tepe noktasına aynı uzaklıkta apsiler seçelim. 1 br uzak (3,5), 2 br uzak (2,6)
- Bu seçtiğimiz apsis değerlerinin toplamı kökler toplamımıza simetri ekseninden dolayı eşit olmaktadır.
- $3+5 = 2+6 = 1+7 = 8$
- $1+7$ burada kökler toplamıdır. 3,5 ve 2,6 simetri eksenimizin simetrik apsisi değerleridir.



www.ahmetcelen.com.tr - Parabol Konu Anlatımı

PARABOL DENKLEMLERİNİ BAĞINTILAR İLE YAZMA

- $y = ax^2 + bx + c$ parabolünde
 a = Parabolün baş katsayısı
 X_1 = Parabolün 1.ci kökü
 X_2 = Parabolün 2.ci kökü
 apsis = x
 ordinat = y
 r = Tepe noktasının apsisi
 k = Tepe noktasının ordinatı

- Tepe noktası bilinen parabol :

$$a \cdot (x - r)^2 + k$$

- Kökleri bilinen parabol :

$$a \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2)$$

- Parantez kare açılımını hatırlayalım:

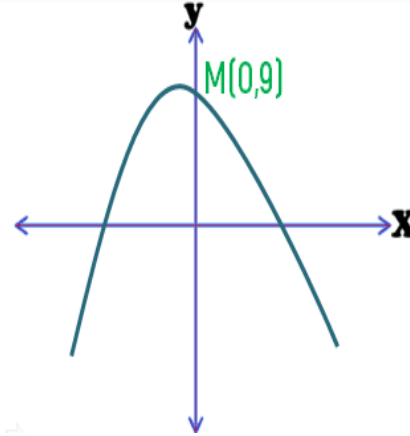
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



Birinci terimin karesi + İkinci terimin karesi + İki terimin çarpımının 2 katı parantez kare açılımıdır. Çarpanlara ayırma matematikte göz ardı edilmemesi gereken önemli kısımlardır.

- Sorularda yukarıda verdiğimiz bağıntılar kimi zaman yetersiz gelecektir. Grafiklerde parabolün kestiği noktalar bizim için ipuçları oluşturmaktadır. M noktası parabolün üzerindedir.



- M Noktası parabolü sağlamalıdır.
- M (0,9) $x=0$ ve $y=9$
- Denklemden $x = 0$ verilirse sonuç $y = 9$ olmalıdır.
- Bu bağıntı ile baş katsayılar bulunabilmektedir.

Soruları çözerken önce verilenler tespit edilmelidir. Kökler veya tepe noktası hangileri verilmiş ve baş katsayı nasıl bulunarak parabolün denklemi elde edilebilir incelenmelidir. O yüzden tüm verilenleri yazmak konuya giriş etabında fayda sağlayabilir.



Örnek Soru

Parabolün tepe noktası (r,k) ile gösterilir.

$r = -b/2a$, $k = f(r)$ (Fonksiyonda yerine yazılır)

Tepe noktasını bulmak için denklemin bilinmeyen değişkene göre türevi alınıp sıfıra eşitlenebilir. Ek bilgidir şuanlık bilmeniz zorunlu değildir, ilerde ki konulardandır.

$x^2 + 4x + 12$ parabolünün tepe noktası koordinatları nedir?

- A) $(-2,8)$
- B) $(-2,-8)$
- C) $(2,8)$
- D) $(4,-8)$
- E) $(2,-4)$



Örnek Soru

$f(x) = x^2 + 4(m-4)x + 14$ parabolü tepe noktası y ekseninde ise m kaçtır?

A) 4

B) 2

C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{7}$

E) 6



Örnek Soru

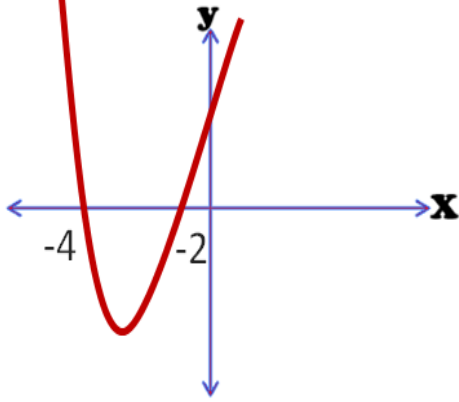
Tepe noktası koordinatları (4,2) olan başkatsayısı 1 olan parabol denklemini hangisidir?

- A) $(x-4)^2 + 2$ B) $(x+4)^2 + 4$ C) $(x-2)^2 + 4$
D) $(x-4)^2 + 1$ E) $(x-4)^3 + 2$



Örnek Soru

9. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.



$f(x)$ ikinci dereceden bir paraboldür. Y eksenini kestiği noktanın ordinatı 8 olduğuna göre tepe noktasının apsisi ile ordinatının çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 8
D) -12 E) -9



Örnek Soru

$$h(x) = x^2 + 8x + 22$$

Yukarıdaki fonksiyon bir parabol belirtmektedir. Bu parabolün tepe noktaları kullanılarak yazıldığı bilindiğine göre ifadenin eşiti nedir?

- A) $(x+4)^2 + 8$ B) $(x+4)^2 + 6$ C) $(x-2)^2 + 2$
D) $(x-7)^2 + 4$ E) $(x-5)^2 + 1$



Örnek Soru

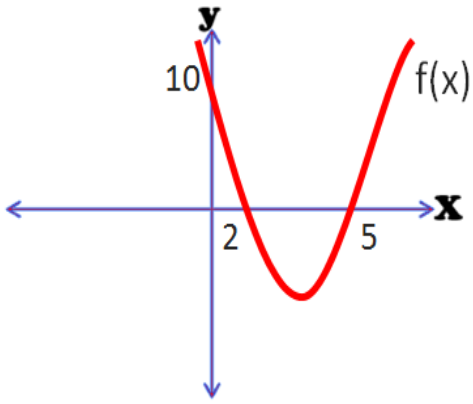
5. En büyük dereceli terimin önündeki çarpan 1, Tepe noktası (2,9) olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2x + 9$ B) $x^2 + 6x + 12$ C) $x^2 - 4x + 13$
D) $12x^2 + 4x - 6$ E) $4x^2 - 6x + 9$



Örnek Soru

9. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir..



$f(x)$ fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 7x + 10$ B) $x^2 + 6x + 12$ C) $x^2 - 4x + 13$

D) $x^2 + 12x + 15$ E) $x^2 + 12x + 15$



Örnek Soru

- Tepe noktası (4,5) olan baş katsayısı 4 olan parabolün **katsayılar toplamı** kaçtır?
- A) 14 B) 21 C) 23
- D) 37 E) 41

Katsayılar toplamı soruyorsa **bilinmeyen değişken yerine 1 yaz** çıkar cevap amaaa ya çıkmazsa 😊





Örnek Soru

$$h(x) = 2x^2 + 8x + a + 4$$

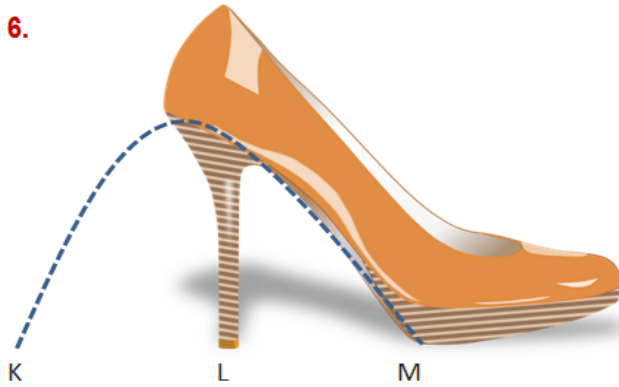
Fonksiyonun **en küçük değeri 6** olduğuna göre a kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 14



Örnek Soru

6.



- $x^2 + 2x + 15$ parabolü modellenmiştir.

Yukarıda bir topuklu ayakkabı görseli ve bilgisayar ortamında çizilen bir parabol görseli verilmiştir. $|KL| = 3|LM|$ eşitliği sağlanmaktadır. Parabolün kökleri arasındaki mesafe 8 birim ölçülmüştür. Topuklu ayakkabının topuğunun yüksekliğini L noktasının apsis değeri sağlamaktadır.

Buna göre, topuklu ayakkabının yüksekliği kaç birimdir?

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

Ahmet Çelen



Örnek Soru



Yukarıda parabol şeklinde bir manzara resmi verilmiştir. $a, b, c \in \mathbb{R}$

Bu parabolün denklemi $ax^2 + bx + c$ üzere aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle doğrudur?

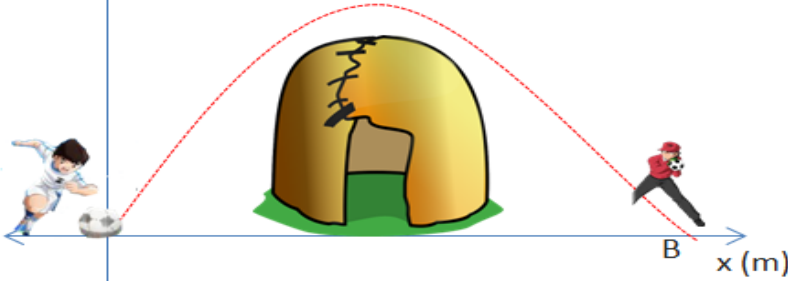
- A) Kökler toplamı çift bir sayıdır.
- B) $\forall x$ sayısı için görüntü pozitif çıkar.
- C) $b > 0$ ve $b > c$ eşitsizliği sağlanır.
- D) a negatif bir sayıdır.
- E) Kökler arası uzaklık b sayısının yarısı kadardır.



Örnek Soru

Ahmet Çelen

5. y (m)



Tsubasa orijin noktasından topu havaya doğru dikmiş ve çadırın üstünü aşırarak B noktasında Wakabayashi yakalamıştır. Topun yatay mesafede aldığı yol $x(m)$, düşey mesafede aldığı yükseklik $y(m)$ olmak üzere bu parabolün denklemi

$$y = f(x) = -\frac{x^2}{200} + \frac{x}{5} \text{ şeklinde modellenmiştir.}$$

K : Topun yatay olarak aldığı mesafe kaç metredir?

L : Topun wakabayashi'ye ulaşması için topun en çok kaç metre yüksekliğindeki bir çadırın boyunu aşması gerekir? K ve L sorularının doğru cevaplarının toplamı kaçtır?

A) 39

B) 40

C) 41

D) 42

E) 43



Örnek Soru

$-6x^2 - 5x + 6$ parabolü $[0,3]$ aralığında tanımlı olduğu bilindiğine göre **alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerinin toplamı kaçtır?**

A) - 79

B) -63

C) -57

D) -35

E) 6



Tepe noktası bilinen parabolü normal fonksiyonlarda öteleme işlemi dışında farklı bir yöntem kullanarak yapabiliriz.

- **Tepe noktası koordinatlara bulunmalıdır.**
- **Yukarı ve aşağı ötelemeler y eksenini ile**
- **Sağ ve sol ötelemeler x eksenini ile yapılır.**

Örnek : Tepe noktası koordinatları (1,3) olan parabolü aşağıdaki öteleme işlemlerini uygulayınız.

1 birim sağ ötelendiğinde :

2 birim sol ötelendiğinde :

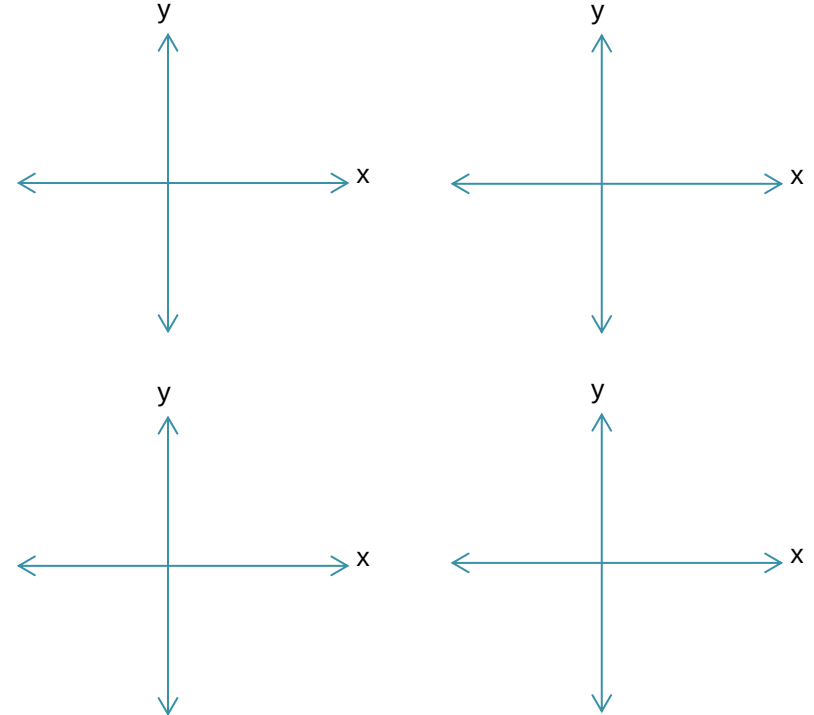
4 birim yukarı ötelendiğinde :

4 birim aşağı ötelendiğinde :



Parabol tepe noktasından sadece sağ veya sol ötelemeler yapılıyor ordinat sabit kalır.

Yukarı ve aşağı ötelemelerde ise apsis değeri sabit kalmaktadır. Çünkü sabit kalır dediklerimizi ilgili öteleme işlemi ilgilendirmemektedir.





Örnek Soru

$$f(x) = x^2 - 6x + 12$$

Fonksiyonu grafiği m birim sağa, n birim aşağı
Ötelenerek $x^2 - 8x + 6$ parabolü elde ediliyor.
Verilen bilgilere göre $|m| + |n|$ kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 9
D) 14 E) 18



Örnek Soru

8. $f(x) = (x + 4)^2 + 1$, 5 birim sağ, 2 birim aşağı

$g(x) = (x - 4)^2 + 8$, 4 birim sağ, 4 birim aşağı

$h(x) = (x + 2)^2 - 4$, 2 birim sol, 8 birim yukarı

Ötelenerek yeni fonksiyonlar elde ediliyor.

Bir parabolün tepe noktası koordinatları çarpımı veya toplamları bir ötelenme sonucunda da aynıysa bu parabolere ``mekatronik hareketli parabol`` denir.

Verilen bilgilerle yapılan ötelemeler sonucu hangi fonksiyonlar mekatronik hareketli parabol tanımına uyar?

A) f ve g

B) Hiçbiri

C) g ve h

D) Yalnız h

E) Yalnız g

Fonksiyon	Eski (r,k)	Yeni (r,k)	Toplamları		Çarpımları	
			Eski	Yeni	Eski	Yeni
F(x)						
G(x)						
H(x)						